HS Aschaffenburg
Dr. Ing. Wilfried Dankmeier

## Übungsblatt zum 1-Bitfehler korrigierbaren (15, 11, 3)-Hammingcode

**Anzahl der Prüfstellen:** $m = 4$
**Anzahl der Codewortstellen:** $n = 2^m - 1 = 15$
**Anzahl der Infostellen:** $k = n - m = 2^m - m - 1 = 11$

**Codewortaufbau:** $v = (u_1,\ u_2,\ u_3,\ \ldots,\ u_{10},\ u_{11},\ y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4)$
**Empfangswortaufbau:** $w = (w_1,\ w_2,\ w_3,\ \ldots,\ w_{10},\ w_{11},\ w_{12},\ w_{13},\ w_{14},\ w_{15})$

Der Empfänger kennt zwar die Struktur des Codewortes v, weiß aber nach HD-Decodierung nicht, welche Bits richtig sind. Dies muss er aus den 4 Syndromgleichungen ermitteln. Die Syndromgleichungen entsprechen den Prüfgleichungen, nur sind statt der Info- und Prüfstellen, die nur der Sender kennt, die zugeordneten Empfangswortstellen $w_1$, $w_2$ , ..., $w_{15}$ einzusetzen. Das Ergebnis ist eindeutig, wenn wirklich nur ein Fehler auftrat, sonst wird es falsch. Da die Wahrscheinlichkeit für 2-Bitfehler und mehr im Empfangswort aber abnimmt, kann nach Decodierung im Mittel trotzdem mit einer geringeren Restfehlerrate $p_{err}$ gerechnet werden als ohne Korrektur (= Coding Gain).

Mit dem folgenden, in der Vorlesung für den (7,4,3)-Hammingcode durchgesprochenen Schema werden die 4 Prüfgleichungen zur Berechnung der 4 Prüfbits ermittelt. Das Schema stellt außerdem sicher, dass beim Empfänger - für den Fall eines 1-Bitfehlers - der gesuchten Fehlerposition im Empfangswort w genau eine der 15 möglichen Kombinationen falscher und richtiger Prüfgleichungen zugeordnet ist (bei Mehrdeutigkeit wäre der Code unbrauchbar).

| | | Syndromstellen (Spalten bitte gemäß Schema ergänzen) | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $S_3$ | $S_2$ | $S_1$ | $S_0$ |
| 0 | 0000 | | | | |
| 1 | **0001** | | | | |
| 2 | **0010** | | | | |
| 3 | 0011 | | | | |
| 4 | **0100** | | | | |
| 5 | 0101 | | | | |
| 6 | 0110 | | | | |
| 7 | 0111 | | | | |
| 8 | **1000** | | | | |
| 9 | 1001 | | | | |
| 10 | 1010 | | | | |
| 11 | 1011 | | | | |
| 12 | 1100 | | | | |
| 13 | 1101 | | | | |
| 14 | 1110 | | | | |
| 15 | 1111 | | | | |