

Mathematik I und II

Überarbeitungsstand 10.02.2013 (ab Kapitel 18.2)

unter anderem Korrektur bei der Bestimmung von y_p auf Seite 103

Inhaltsverzeichnis

1 Zahlenmengen	4
2 Zahlendarstellungen	5
2.1 Umwandlung von Zahlendarstellungen.....	6
2.2 Rechenoperationen auf Daten im Binärsystem.....	7
3 Auffrischung zu elementaren Operationen und Verfahren	11
3.1 Lösen quadratischer Gleichungen (pq-Formel, Mitternachtsformel).....	11
3.2 Behandeln von Betragsausdrücken.....	11
3.3 Behandeln von Ungleichungen.....	11
3.4 Kleinstes gemeinsames Vielfache (= kgV) zweier ganzer Zahlen	11
3.5 Addition und Subtraktion von rationalen Ausdrücken (Brüchen).....	12
3.6 Multiplikation und Division von rationalen Ausdrücken (Brüchen).....	12
3.7 Potenzrechnung.....	12
3.8 Kompaktschreibweise für Summen und Produkte.....	13
3.9 Polynome, Zusammenhang zwischen Nullstellen und Koeffizienten:	13
3.10 Fakultät.....	14
3.11 Alternierende (wechselnde) Vorzeichen.....	15
3.12 Darstellung gerader und ungerader natürlicher Zahlen	15
3.13 Binomialkoeffizienten.....	15
3.14 Binomische Ausdrücke.....	15
 3.15 Polynomdivision.....	15
 3.16 Stetigkeit.....	16
3.17 Nullstellen, Polstellen, Asymptoten.....	17
3.18 Rationale Polynomfunktionen.....	18
 3.19 Exponential-Funktionen.....	18
 3.20 Logarithmus-Funktionen.....	18
4 Folgen und Reihen	19
4.1 Folgen	19
4.2 Folgen und rekursive Gleichungen.....	19
4.3 Reihen.....	20
5 MATLAB (oder Scilab) als „Super-Taschenrechner“.....	21
6 Trigonometrische Funktionen I.....	22
7 Vektoren und Koordinatensysteme	22
7.1 Rechenoperationen mit Vektoren.....	24
7.2 Vektor-Matrix-Multiplikation zur Lösung linearer Gleichungssysteme.....	25
7.3 Der Gauß'sche Algorithmus als Erweiterung des Additionsverfahrens.....	30
7.4 Spaltenvektorform und Zeilenvektorform	31
7.5 Invertieren einer quadratischen Matrix mit dem Gauß-Jordan-Verfahren.....	32
7.6 Sonderfall: Inverse von orthogonalen Matrizen (= Drehmatrizen).....	33

7.7 Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen (LGS).....	33
7.8 Eigenwerte und Eigenvektoren.....	35
8 Einige weitere Funktionen und deren Umkehrfunktionen, Beispiel arcsin(x) und arcos(x)	37
8.1 Trigonometrische Funktionen II und Diagramme.....	38
8.1.1 Weitere trigon. Funktionen und Umkehrfunktionen arctan(x) und arccotan(x).....	38
8.1.2 Umrechnung der Winkel von α (Grad) in x (Bogenmaß).....	38
8.1.3 Einige trigonometrische Umformungen.....	39
8.1.4 Oft gebrauchte Werte.....	39
8.2 Polynomiale Funktionen.....	39
8.3 Exponentialfunktionen.....	40
8.4 Gauß'sche Normalverteilung.....	40
8.5 Polynomfunktionen.....	41
8.6 Gebrochene Funktionen.....	43
8.7 Kombinatorische Funktionen (Komplexionen).....	45
8.8 Betragsfunktionen.....	47
8.9 Modulo-Funktion und endliche Zahlkörper.....	49
9 Differenzieren (= Ableiten) von Funktionen).....	51
9.1 Ein paar Grundlagen.....	51
9.2 Regeln zum Differenzieren zusammengesetzter Funktionen.....	53
9.3 Anwendungen des Differenzierens.....	54
9.3.1 Bestimmung von Extremwerten.....	54
9.3.2 Beseitigung von Unbestimmtheitsstellen (l'Hospital-Regel).....	55
9.3.3 Reihenentwicklungen (Potenzreihen, Taylor-Reihen).....	56
10 Komplexe Zahlen	58
10.1 Grundlagen.....	58
10.2 Die komplexe Zahlenebene.....	58
10.3 Rechenoperationen.....	60
11 Integrieren.....	62
11.1 Grundlagen.....	62
11.2 Einige Rechenregeln für das Integrieren.....	64
11.3 Partialbruchzerlegung.....	65
11.4 Anwendungen des Integrierens	66
11.4.1 Berechnung von Massen-Schwerpunkten.....	66
11.4.2 Berechnung von Trägheitsmomenten für drehende Massen	67
11.4.3 Flächen-Trägheitsmomente zur Berechnung der Balkenbiegung.....	67
11.4.4 Dreifachintegrale zur Volumenberechnung.....	70
11.4.5 Integrale zur Feldberechnung in der Elektrotechnik.....	70
12 Mittelwerte	70
12.1 Arithmetische und quadratische Mittelwerte, Effektivwert.....	70
12.2 Mittelwerte zufälliger Ereignisse.....	71
12.3 Mittelwerte diskreter Zahlenmengen.....	73
12.4 Die Autokorrelationsfunktion als Mittelwertfunktion.....	74
12.5 Die Kreuzkorrelationsfunktion als Mittelwertfunktion.....	76

12.6	Fourier-Reihen als Spezialfall einer Kreuzkorrelationsfunktion.....	78
12.7	Diskrete Fourier-Transformation (DFT und FFT)	82
12.8	Mittelwertbildung zur Fehler-Verringerung mithilfe der Regression.....	84
13	Numerische Fehler bei der Lösung von Gleichungssystem.....	87
13.1	Beispiel: Berechnung der Eigenwerte eines Systems 2. Ordnung.....	87
14	Eigenwerte und Eigenvektoren II.....	90
14.1	Technische Bedeutung von Eigenwerten.....	91
15	Totales Differenzial und partielle Ableitungen.....	93
16	Linearisierung um Arbeitspunkte nichtlinearer Gleichungen	95
17	Lineare Differenzialgleichungen.....	99
17.1	Lösungsansatz für gewöhnliche lineare DGLs mit konstanten Koeffizienten und Anfangsbedingungen für $x = 0$.....	100
17.2	Gewöhnliche lineare DGLs 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	101
17.3	Gewöhnliche lineare DGLs 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	102
17.4	Gewöhnliche lineare DGLs n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	103
17.5	Gewöhnliche lineare DGL zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und nicht konstanter rechter Seite.....	103
17.6	Stationäre DGL-Lösungen mit Hilfe komplexer Zeigergrößen.....	104
17.7	Numerisches Lösen von (fast) beliebigen gewöhnlichen DGLs.....	105
17.7.1	Beispiele für das numerisches Lösen von DGLs erster Ordnung.....	106
17.7.2	Beispiele für das numerische Lösen von DGLs höherer Ordnung.....	108
18	Skalar- und Vektorfelder.....	111
18.1	Skalarfelder.....	111
18.2	Gradientenfelder, Vektorfelder.....	112
18.3	Divergenz.....	112
18.4	Rotation.....	112
18.5	Nabla- und Laplace-Operatoren.....	113
18.6	Partielle Differenzialgleichungen.....	113
18.7	Zylinderkoordinaten.....	113
18.8	Kugelkoordinaten.....	114
18.9	Beschreibung von Feldfunktionen in Zylinder- oder Kugelkoordinaten.....	114
18.10	Die Maxwellschen Gleichungen als Beispiel für Feldfunktionen.....	114
19	Anmerkungen zur Informationstechnik.....	115
20	Literatur.....	117