

# Mathematik I und II

Überarbeitungsstand 10.02.2013 (ab Kapitel 18.2)

unter anderem Korrektur bei der Bestimmung von  $y_p$  auf Seite 103

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zahlenmengen</b> .....	<b>4</b>
<b>2 Zahlendarstellungen</b> .....	<b>5</b>
2.1 Umwandlung von Zahlendarstellungen.....	6
2.2 Rechenoperationen auf Daten im Binärsystem.....	7
<b>3 Auffrischung zu elementaren Operationen und Verfahren</b> .....	<b>11</b>
3.1 Lösen quadratischer Gleichungen (pq-Formel, Mitternachtsformel).....	11
3.2 Behandeln von Betragsausdrücken.....	11
3.3 Behandeln von Ungleichungen.....	11
3.4 Kleinstes gemeinsames Vielfache (= kgV) zweier ganzer Zahlen .....	11
3.5 Addition und Subtraktion von rationalen Ausdrücken (Brüchen).....	12
3.6 Multiplikation und Division von rationalen Ausdrücken (Brüchen).....	12
3.7 Potenzrechnung.....	12
3.8 Kompaktschreibweise für Summen und Produkte.....	13
3.9 Polynome, Zusammenhang zwischen Nullstellen und Koeffizienten: .....	13
3.10 Fakultät.....	14
3.11 Alternierende (wechselnde) Vorzeichen.....	15
3.12 Darstellung gerader und ungerader natürlicher Zahlen .....	15
3.13 Binomialkoeffizienten.....	15
3.14 Binomische Ausdrücke.....	15
<del>    3.15 Polynomdivision.....</del>	<del>15</del>
<del>    3.16 Stetigkeit.....</del>	<del>16</del>
3.17 Nullstellen, Polstellen, Asymptoten.....	17
3.18 Rationale Polynomfunktionen.....	18
<del>    3.19 Exponential-Funktionen.....</del>	<del>18</del>
<del>    3.20 Logarithmus-Funktionen.....</del>	<del>18</del>
<b>4 Folgen und Reihen</b> .....	<b>19</b>
4.1 Folgen .....	19
4.2 Folgen und rekursive Gleichungen.....	19
4.3 Reihen.....	20
<del><b>5 MATLAB (oder Scilab) als „Super-Taschenrechner“</b>.....</del>	<del><b>21</b></del>
<del><b>6 Trigonometrische Funktionen I</b>.....</del>	<del><b>22</b></del>
<b>7 Vektoren und Koordinatensysteme</b> .....	<b>22</b>
7.1 Rechenoperationen mit Vektoren.....	24
7.2 Vektor-Matrix-Multiplikation zur Lösung linearer Gleichungssysteme.....	25
7.3 Der Gauß'sche Algorithmus als Erweiterung des Additionsverfahrens.....	30
7.4 Spaltenvektorform und Zeilenvektorform .....	31
7.5 Invertieren einer quadratischen Matrix mit dem Gauß-Jordan-Verfahren.....	32
7.6 Sonderfall: Inverse von orthogonalen Matrizen (= Drehmatrizen).....	33

7.7 Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen (LGS).....	33
7.8 Eigenwerte und Eigenvektoren.....	35
<b>8 Einige weitere Funktionen und deren Umkehrfunktionen, Beispiel arcsin(x) und arcos(x)</b>	<b>37</b>
8.1 Trigonometrische Funktionen II und Diagramme.....	38
8.1.1 Weitere trigon. Funktionen und Umkehrfunktionen arctan(x) und arccotan(x).....	38
8.1.2 Umrechnung der Winkel von $\alpha$ (Grad) in $x$ (Bogenmaß).....	38
8.1.3 Einige trigonometrische Umformungen.....	39
8.1.4 Oft gebrauchte Werte.....	39
<del>8.2 Polynomiale Funktionen.....</del>	<del>39</del>
<del>8.3 Exponentialfunktionen.....</del>	<del>40</del>
<del>8.4 Gauß'sche Normalverteilung.....</del>	<del>40</del>
8.5 Polynomfunktionen.....	41
8.6 Gebrochene Funktionen.....	43
8.7 Kombinatorische Funktionen (Komplexionen).....	45
8.8 Betragsfunktionen.....	47
8.9 Modulo-Funktion und endliche Zahlkörper.....	49
<b>9 Differenzieren (= Ableiten) von Funktionen).....</b>	<b>51</b>
<del>9.1 Ein paar Grundlagen.....</del>	<del>51</del>
<del>9.2 Regeln zum Differenzieren zusammengesetzter Funktionen.....</del>	<del>53</del>
<del>9.3 Anwendungen des Differenzierens.....</del>	<del>54</del>
9.3.1 Bestimmung von Extremwerten.....	54
9.3.2 Beseitigung von Unbestimmtheitsstellen (l'Hospital-Regel).....	55
9.3.3 Reihenentwicklungen (Potenzreihen, Taylor-Reihen).....	56
<b>10 Komplexe Zahlen .....</b>	<b>58</b>
10.1 Grundlagen.....	58
10.2 Die komplexe Zahlenebene.....	58
<del>10.3 Rechenoperationen.....</del>	<del>60</del>
<b>11 Integrieren.....</b>	<b>62</b>
<del>11.1 Grundlagen.....</del>	<del>62</del>
<del>11.2 Einige Rechenregeln für das Integrieren.....</del>	<del>64</del>
<del>11.3 Partialbruchzerlegung.....</del>	<del>65</del>
<del>11.4 Anwendungen des Integrierens .....</del>	<del>66</del>
11.4.1 Berechnung von Massen-Schwerpunkten.....	66
11.4.2 Berechnung von Trägheitsmomenten für drehende Massen .....	67
11.4.3 Flächen-Trägheitsmomente zur Berechnung der Balkenbiegung.....	67
11.4.4 Dreifachintegrale zur Volumenberechnung.....	70
11.4.5 Integrale zur Feldberechnung in der Elektrotechnik.....	70
<b>12 Mittelwerte .....</b>	<b>70</b>
<del>12.1 Arithmetische und quadratische Mittelwerte, Effektivwert.....</del>	<del>70</del>
<del>12.2 Mittelwerte zufälliger Ereignisse.....</del>	<del>71</del>
<del>12.3 Mittelwerte diskreter Zahlenmengen.....</del>	<del>73</del>
<del>12.4 Die Autokorrelationsfunktion als Mittelwertfunktion.....</del>	<del>74</del>
<del>12.5 Die Kreuzkorrelationsfunktion als Mittelwertfunktion.....</del>	<del>76</del>

<del>12.6</del> Fourier-Reihen als Spezialfall einer Kreuzkorrelationsfunktion.....	<del>78</del>
<del>12.7</del> Diskrete Fourier-Transformation (DFT und FFT) .....	<del>82</del>
<del>12.8</del> Mittelwertbildung zur Fehler-Verringerung mithilfe der Regression.....	<del>84</del>
<b>13 Numerische Fehler bei der Lösung von Gleichungssystem.....</b>	<b>87</b>
<del>13.1</del> Beispiel: Berechnung der Eigenwerte eines Systems 2. Ordnung.....	<del>87</del>
<b>14 Eigenwerte und Eigenvektoren II.....</b>	<b>90</b>
<del>14.1</del> Technische Bedeutung von Eigenwerten.....	<del>91</del>
<b>15 Totales Differenzial und partielle Ableitungen.....</b>	<b>93</b>
<b>16 Linearisierung um Arbeitspunkte nichtlinearer Gleichungen .....</b>	<b>95</b>
<b>17 Lineare Differenzialgleichungen.....</b>	<b>99</b>
<del>17.1</del> Lösungsansatz für gewöhnliche lineare DGLs mit konstanten Koeffizienten und Anfangsbedingungen für $x = 0$ .....	<del>100</del>
<del>17.2</del> Gewöhnliche lineare DGLs 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	<del>101</del>
<del>17.3</del> Gewöhnliche lineare DGLs 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	<del>102</del>
<del>17.4</del> Gewöhnliche lineare DGLs n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	<del>103</del>
<del>17.5</del> Gewöhnliche lineare DGL zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und nicht konstanter rechter Seite.....	<del>103</del>
<del>17.6</del> Stationäre DGL-Lösungen mit Hilfe komplexer Zeigergrößen.....	<del>104</del>
<del>17.7</del> Numerisches Lösen von (fast) beliebigen gewöhnlichen DGLs.....	<del>105</del>
<del>17.7.1</del> Beispiele für das numerisches Lösen von DGLs erster Ordnung.....	<del>106</del>
<del>17.7.2</del> Beispiele für das numerische Lösen von DGLs höherer Ordnung.....	<del>108</del>
<b>18 Skalar- und Vektorfelder.....</b>	<b>111</b>
<del>18.1</del> Skalarfelder.....	<del>111</del>
<del>18.2</del> Gradientenfelder, Vektorfelder.....	<del>112</del>
<del>18.3</del> Divergenz.....	<del>112</del>
<del>18.4</del> Rotation.....	<del>112</del>
<del>18.5</del> Nabla- und Laplace-Operatoren.....	<del>113</del>
<del>18.6</del> Partielle Differenzialgleichungen.....	<del>113</del>
<del>18.7</del> Zylinderkoordinaten.....	<del>113</del>
<del>18.8</del> Kugelkoordinaten.....	<del>114</del>
<del>18.9</del> Beschreibung von Feldfunktionen in Zylinder- oder Kugelkoordinaten.....	<del>114</del>
<del>18.10</del> Die Maxwellschen Gleichungen als Beispiel für Feldfunktionen.....	<del>114</del>
<b>19 Anmerkungen zur Informationstechnik.....</b>	<b>115</b>
<b>20 Literatur.....</b>	<b>117</b>