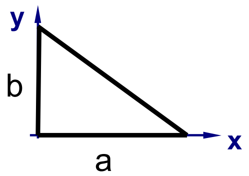
**Mathematik II - Übungsblatt 03**

## Aufgabe 1

Berechnen Sie das Doppelintegral (benötigt zur Berechnung von Verformung und Materialspannungen an Balken unter Lasteinwirkung)

$$I_{xy} = \int_{(A)} x \cdot y \, dA$$

zu einem mit den beiden Katheten im Achsenkreuz eines x-y-Koordinatensystems liegenden rechtwinkligen Dreiecks, Seitenlänge a auf der x-Achse und b auf der y-Achse.




## Aufgabe 2 (Verwendung der Aufgabenstellung wie bei Aufgabe 1 genannt)

a) Bestimmen Sie das Flächenträgheitsmoment

$$I_{yy} = \int_{(A)} x^2 \, dA$$

einer dünnen Halbkreisscheibe (z. B. aus Aluminium) mit dem Radius r bezüglich der y-Achse als Symmetrieachse (= Drehachse) .

b) Bestimmen Sie gemäß der Vorgaben bei Punkt a) das Flächenträgheitsmoment

$I_{xx} = \int_{(A)} y^2 \, dA$ bezüglich der durch den Halbkreisschwerpunkt $y_S = \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot r$ parallel zur x-Achse laufende Drehachse.

c) Bestimmen Sie gemäß der Vorgaben bei Punkt a) das Flächendeviationsmoment

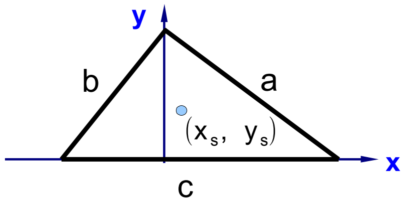
$I_{yx} = -\int_{(A)} x \cdot y \, dA$ (Doppelintegral).

## Aufgabe 3

Bestimmen Sie das Volumen einer Kugel mit dem Radius R.

## Aufgabe 4

Geben Sie den Schwerpunkt des in folgender Skizze dargestellten Dreiecks an:




## Aufgabe 5

Lösen Sie das Dreifachintegral $\quad I = \int_{x=0}^{1} \int_{y=0}^{2x} \int_{z=0}^{x+y} dx \, dy \, dz$ .

## Aufgabe 6

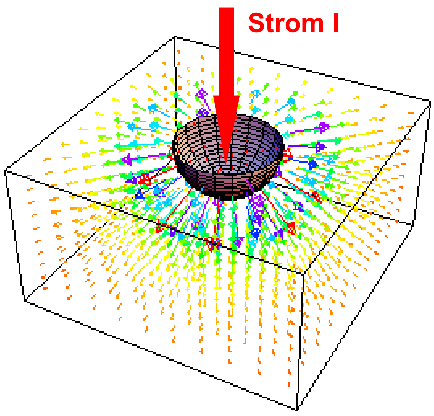
Gegeben ist ein rechtwinkliges x-y-z-Koordinatensystem. Hierin liegt eine von den 3 Koordinatenebenen und der Ebene $x+y+z=1$ begrenzte Pyramide.

a) Fertigen Sie eine grobe Skizze an.

b) Bestimmen Sie das Volumen V (es ist ein Dreifachintegral).

## Aufgabe 7

Bestimmen Sie den Erdungswiderstand eines Blitzableiters mit halbkugelförmiger Elektrode (Radius $R_{HK}$) der folgenden Anordnung:




Die Stromdichte S in jeder gedachten Halbkugelfläche mit dem Radius r im Erdreich ist

$$S=S(r)=\frac{I}{2\cdot\pi\cdot r^2} \quad ,$$

die elektrische Feldstärke E beträgt

$$E=E(r)=\frac{I}{\kappa\cdot 2\cdot\pi\cdot r^2}$$ mit $\kappa$ als spezifischem Leitwert des Erdreichs.

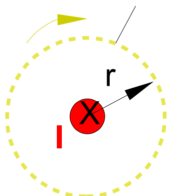
Der Widerstand lässt sich über

$$R=\frac{U}{I} \quad \text{mit} \quad U=\int_{R_{HK}}^{\infty} E\cdot ds$$

mit **ds** als Weg von der Halbkugelelektrode bis zum angenommenen Radius $\infty$ ermitteln

## Aufgabe 8

Der Betrag der magnetischen Feldstärke H (die Norm des Feldstärkevektors $\vec{H}$ um einen vom Strom I durchflossenen Leiter




wird aus dem Linienintegral

$\oint \vec{H} d\vec{s} = I \quad [A]$ bestimmt. Geben Sie die Feldstärke im Abstand r vom Leiter an (innen und außen).

Hinweise:

- Der Kreis am Integralzeichen bedeutet, dass ein vollständiger Umlauf für den Kreis mit dem Radius r gemacht wird (wie lang ist dann der Weg?).
- Der Feldstärke-Vektor $\vec{H}$ steht auf dem gedachten Radius r senkrecht und hat bei der hier angenommenen homogenen Umgebung (Luft) für einen konstanten Radius r einen konstanten Betrag.

## Aufgabe 9

Der magnetische Fluss $\Phi$ ist als skalare Größe über das Flächenintegral

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \overrightarrow{dA} \quad [V\,s]$$

definiert. Hierin bedeutet $\vec{B}$ die magnetische Flussdichte (= magnetische Induktion), die mit der Feldstärke über die Materialgleichung

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad \left[\frac{VS}{m^2}\right]$$ mit $\mu$ als magnetischer Permeabilität

in Zusammenhang steht.

Bestimmen Sie für eine zur Feldstärke senkrecht stehende Rechteckfläche A mit den Seiten a und b den magnetischen Fluss in der Anordnung gemäß Aufgabe 8. Der axiale Abstand vom Leiter liegt dabei zwischen R und R+b, R ist größer als der Leiterradius.