

Grundkurs Codierung

Lösungsvorschläge zu den Fragen in den Unterkapiteln „Was blieb?“
Stand 20.12.2006

Unterkapitel 3.6.3, Seite 101

Zu Frage 1:

Zunächst **Vorsicht**: Endliche Zahlkörper und Zahlendarstellungs-Basen haben nichts mit einander zu tun. Jedoch wird für den Aufbau eines Codewortes die Darstellung seines Zahlen-Äquivalents in derjenigen Basis benötigt, die dem gewählten endlichen Körper entspricht.

Als Binärzahl 10110110_2 interpretiert hat dieses ASCII-Zeichen den Dezimalwert $128 + 32 + 16 + 4 + 2 = 192_{10}$.

- Für den Z_3 ist die Darstellung als Zahl zur Basis 3 nötig: $192_{10} = 2 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^1 = 21010_3$
- Für den Z_5 ist die Darstellung als Zahl zur Basis 5 nötig: $192_{10} = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 1232_5$
- Für den Z_7 ist die Darstellung als Zahl zur Basis 7 nötig: $192_{10} = 3 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 = 363_7$

Als Zahl im 4-er oder 6-er-System lässt sich 192_{10} zwar ebenfalls darstellen, jedoch ist die Bildung der Codewörter nicht mehr möglich, da die Operationen jeweils MOD 4 bzw. MOD 6 zu tätigen wären und diese **nicht nullteilerfrei** sind, s. Unterkapitel 2.2, Seite 37 ff. und Tabelle 2-2.

Zu Frage 2:

Ja, wenn es sich um **Primkörper** handelt, s. Unterkapitel 3.6.1.

Zu Frage 3:

Das (Hamming-) Codewort für 1-Bitfehler**korrektur** muss 64 Info-Bits aufnehmen können. Nach Unterkapitel 3.4.1 ist bei vorgegebener Anzahl m der Prüfstellen die maximale Anzahl k der Infostellen $k \leq 2^m - m - 1$. Für 64 Info-Bits benötigt man also $m = 7$ Prüfbits, ein Codewort bestünde aus $n = 2^m - 1 = 127$ Stellen. Die maximale Anzahl der Info-Stellen wäre $n = 120$, wovon im vorliegenden Fall nur 64 genutzt würden.

Doch **Vorsicht**: Die Anzahl der 7 Prüfstellen darf dennoch nicht verringert werden, da sonst die Kombinationen richtiger und falscher Paritätsgleichungen nicht mehr zum **eindeutigen** Adressieren aller 1-Bitfehlerpositionen ausreichen würde!

Für eine 2-Bitfehlererkennung kommt nach Unterkapitel 3.6.2 noch ein weiteres Prüfbit hinzu, was alle Bits des 1-Bitfehler-korrigierbaren Codewortes auf gerade Parität ergänzt.

Das gesuchte Codewort hat also $n = 64 + 7 + 1 = 72$ Stellen.