Grundkurs Codierung

Lösungsvorschläge zu den Fragen in den Unterkapiteln „Was blieb?“

Stand 21.08.2025

Unterkapitel 3.4.6, Seite 85

Zu Frage 1: Indem man es als Wiederholungscode aufbaut

- jedes Bit einzeln → 000 111000 000 111 111 000 111
- oder das ganze Info-Wort → 01001101 01001101 01001101.

Warum stellt dies trotzdem keine wirklich gute Lösung dar? - Informationsrate? - Bandbreitenbedarf B für gleiche Übertragungsgeschwindigkeit der Info-Bits? Siehe Kapitel 3.5.

Zu Frage 2: Gemäß Unterkapitel 1.3, S. 17, ist der Mindestabstand zwischen allen Wörtern eines Codes für die Korrektur von t_{kor}-Bit-Fehlern $d_{min} = 2 \cdot t_{kor} + 1$, hier also $d_{min} = 7$.

Zu Frage 3: Für 64 Infobits muss zunächst von einem (127,120,3)- Hammingcode mit 120 Infobits ausgegangen werden, damit alle 127 Codewortstellen 1-Bit-Fehler-korrigierbar sind. Von den 120 möglichen Infobits werden hier aber nur 64 gebraucht, also ist der erforderliche Code ein (71, 64,3)-Hammingcode (*Achtung* → die Anzahl m = 7 der Prüfbits darf nicht vermindert werden, da für die Zuordnung eines Fehlers in einer der Positionen 64 bis 71 eine Kombination von m=6 Syndromgleichungen nicht ausreicht , $2^6 - 1 = 63$). Die nicht besetzten Infostellen stören nicht, da sie eben "einfach nicht da" sind. *Zusätzliche Maßnahme:* Will man den Code auch noch 2-Bit-Fehler-erkennbar machen, so fügt man ein weiteres Prüfbit an, welches die 71 Codewortstellen auf gerade Parität ergänzt. Damit erhält man einen (72,64, 4)-Code, der nun den Mindestabstand $d_{min} = 4$ aufweist.

Zu Frage 4: Bei einem Codewort der Länge n sind für maximal 3 zu korrigierende 1-Bit-Fehler folgende n_{tkor} Fehlermuster zu behandeln:

$$n_{tkor} = \binom{n}{1} \text{ Einbit-Fehler } + \binom{n}{2} \text{ Zweitbit-Fehler } + \binom{n}{3} \text{ Dreibit-Fehler}$$

Die Anzahl der 2^m Kombinationen erfüllter und nicht erfüllter Bestimmungsgleichungen für die m Prüfbits y muss also mindestens $n_{tkor} + 1$ sein, d. h. $2^m - 1 \geq n_{tkor}$. Dies ist aber nur notwendig, noch nicht hinreichend, siehe auch Frage 5.

Zu Frage 5: Den n_{tkor} Fehlermustern aus Frage 4 müssen **eindeutig** n_{tkor} Kombinationen von erfüllten und nicht erfüllten Prüfgleichungen (= Syndromgleichungen) zugeordnet werden können. Andernfalls würde es wenigstens eine Kombination geben, die man zwei verschiedenen Fehlermustern zuordnen könnte. Eine Korrektur wäre dann unmöglich.

Zu Frage 6: Die Frage lässt sich nur beantworten, wenn man die Anzahl der Codewörter kennt. Die Angabe der Codewortstellen n ist hierfür ungeeignet. Da für die k Info-Stellen (k < n) alle möglichen Binärmuster zugelassen sein müssen, hat ein solcher Code demnach 2^k Codewörter, unabhängig von

n. Davon ist jedes mit jedem zu vergleichen, also das erste mit den restlichen $2^k - 1$, das zweite mit den restlichen $2^k - 2$ usw. bis zum vorletzten Wort mit dem Letzten. Das Ergebnis kann als Binomialkoeffizient (2^k über 2) ausgedrückt und berechnet werden:

$$\text{Anzahl aller möglichen Codewörtervergleiche bei } k \text{ Info-Bits} = \binom{2^k}{2} = \frac{2^k \cdot (2^k - 1)}{2}$$

Bei k = 1: 1 Vergleich
bei k = 2: 6 Vergleiche
bei k = 3: 28 Vergleiche
bei k = 4: 120 Vergleiche
bei k = 5: 496 Vergleiche

Zu Frage 7: Der Mittelwert lässt sich z. B. mit einem genügend trägen und empfindlichen Analog-Gleichspannungsmessgerät – oder heute mit einem Digitalvoltmeter - bestimmen, der Effektivwert im Prinzip über ein Hitzedrahtinstrument, da der quadratische Effektivwert eines Rauschsignals proportional zu der am Widerstandsdraht umgesetzten Wärmeenergie ist. Auch hierbei muss das Instrument genügend empfindlich sein, um den Messfehler gering zu halten, d. h., dass der Wellenwiderstand des Kanals genügend klein gegen den Innenwiderstand bleiben muss. Da sich das Quadrat des Effektivwertes als Summe des quadratischen Mittelwerts und der quadratischen Standardabweichung ergibt, ist

$$rs_{Standardabweichung} = \sqrt{rs_{effektiv}^{2} - rs_{Mittelwert}^{2}}$$

Zu Frage 8: Man subtrahiert vor der weiteren Verarbeitung vom Empfangssignal ws den gemessenen Mittelwert $rs_{Mittelwert}$. Das Ergebnis sieht dann so aus, als ob das Rauschen mittelwertfrei wäre. Dies funktioniert aber nur, wenn der Mittelwert über den betrachteten Empfangszeitraum nicht schwankt.

 Copyright 2025